

# EF: Wiederholung und Übungen zur Quadratischen Ergänzung

## Binomische Formel

Das Multiplizieren zweier Klammern lernst du schon in Klasse 7 oder 8:

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b) \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

Du kennst es auch als eine der binomischen Formeln:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Ein Beispiel:

$$(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

## Rückwärts

Manchmal ist es erforderlich, den Schritt rückwärts zu vollziehen, also einen Term als Quadrat eines anderen Terms zu schreiben:

$$\begin{aligned}x^2 + 5x + 6,25 &= (x + 2,5)^2 \\ a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2\end{aligned}$$

Wie kommt man darauf?

Die Variable  $a$  steht für  $x$  und  $+5x$  für  $+2ab$ . Also müssen  $5 = 2b$  ergeben und  $b$  ist entsprechend  $2,5$ .  $b^2 = 6,25 \dots$  passt.

Ergänze:  $x^2 + 10x + 25 = (x + \square)^2$

## Quadratische Ergänzung

Manchmal lässt sich der Term nicht so einfach als Quadrat eines anderen Terms schreiben:

$$x^2 + 5x + 10 = (x + \square)^2$$

Dann muss der Term erst **ergänzt** werden:

$$x^2 + 5x + 6,25 - 6,25 + 10$$

Aus dem Term  $5x$  folgt – wie oben beschrieben – dass  $b = 2,5$  ist und  $b^2 = 6,25$ . Die nötigen  $6,25$  werden addiert und gleich wieder abgezogen. Damit folgt:

$$\begin{aligned}x^2 + 5x + 6,25 - 6,25 + 10 \\ &= (x + 2,5)^2 - 6,25 + 10 \\ &= (x + 2,5)^2 + 3,75\end{aligned}$$

## Übungen

**a**  $f(x) = x^2 + 4x + 6$

**b**  $f(x) = x^2 - 4x + 6$

**c**  $f(x) = x^2 + 3x + 6$

**d**  $f(x) = x^2 + \frac{1}{4}x + 6$

## Vertiefung

Und wenn vor dem  $x^2$  noch ein Faktor steht?

$$f(x) = 2x^2 + 10x + 7$$

Der Faktor, hier 2, muss ausgeklammert werden:

$$f(x) = 2(x^2 + 5x + 3,5)$$

Dann die quadratische Ergänzung innerhalb der Klammer durchführen:

$$\begin{aligned}f(x) &= 2(x^2 + 5x + 3,5) \\ &= 2(x^2 + 5x + 6,25 - 6,25 + 3,5) \\ &= 2[(x + 2,5)^2 - 6,25 + 3,5] \\ &= 2[(x + 2,5)^2 - 2,75] \\ &= 2(x + 2,5)^2 - 5,5\end{aligned}$$

Fertig. Es lässt sich direkt ablesen, dass der Scheitelpunkt der Parabel bei  $S(-2,5 | -5,5)$  liegt. (Kontrolliere mit dem Graph-Werkzeug des TR)

## Übungen

Berechne den Scheitelpunkt der Parabel und prüfe mit dem Graph-WZ des TR

**a**  $f(x) = 3x^2 + 6x - 24$

**b**  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 3,5$

**c**  $f(x) = -2x^2 + 2x - \frac{3}{4}$